

제 13 장 난 수



박 종 혁 교수

Tel: 970-6702

Email: jhpark1@seoultech.ac.kr

1절 난수가 사용되는 암호 기술

2절 난수의 성질

3절 의사난수 생성기

4절 구체적 의사난수 생성기

5절 의사난수 생성기에 대한 공격

제1절 난수가 사용되는 암호 기술

1.1 난수의 용도

1.1 난수의 용도

- 키 생성
 - 대칭 암호나 메시지 인증 코드
- 키 쌍 생성
 - 공개 키 암호나 디지털 서명
- 초기화 벡터(IV) 생성
 - 블록 암호 모드인 CBC, CFB, OFB
- 비표(nonce) 생성
 - 재전송 공격 방지나 블록 암호의 CTR 모드
- 솔트 생성
 - 패스워드를 기초로 한 암호화(PBE)
- 일회용 패드
 - 패딩에 사용되는 열을 생성

난수의 용도

- 아무리 강한 암호 알고리즘이라도 키가 공격자에게 알려져 버리면 아무 의미가 없다
- 난수를 사용해서 키를 만들어, 공격자에게 키를 간파당하지 않도록 하는 것
- 난수를 사용하는 목적이 간파당하지 않도록 하기 위한 것

제2절 난수의 성질

2.1 난수의 성질 분류

2.2 무작위성

2.3 예측 불가능성

2.4 재현 불가능성

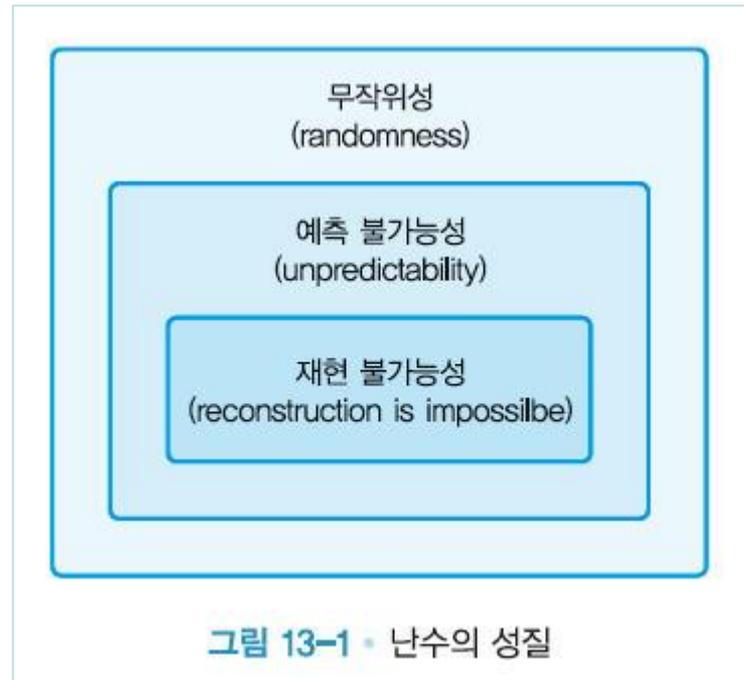
2.1 난수의 성질 분류

- 무작위성
 - 통계적인 편중이 없이 수열이 무작위로 되어 있는 성질
- 예측 불가능성
 - 과거의 수열로부터 다음 수를 예측할 수 없다는 성질
- 재현 불가능성
 - 같은 수열을 재현할 수 없다는 성질. 재현하기 위해서는 수열 그 자체를 보존해야만 하는 성질

난수의 분류

	무작위성	예측 불가능성	재현 불가능성		
약한 의사난수	○	×	×	무작위성만 갖는다	암호 기술에 사용할 수 없다
강한 의사난수	○	○	×	예측 불가능성도 갖는다	암호 기술에 사용할 수 있다
진정한 난수	○	○	○	재현 불가능성도 갖는다	

난수의 성질



2.2 무작위성

- 「아무렇게」로 보이는 성질
- 의사난수열의 통계적인 성질을 조사해서 치우침이 없도록 하는 성질
 - 난수 검정
 - 의사난수열의 무작위성을 조사하는 것
- 암호 기술에 사용하는 난수는 무작위성을 가지고 있는 것만으로는 불충분
 - 약한 의사난수
 - 무작위성만을 갖는 의사난수

2.3 예측 불가능성

- 공격자에게 간파당하지 않는다는 예측 불가능성이 필요
- 과거에 출력한 의사난수열이 공격자에게 알려져도 다음에 출력하는 의사난수를 공격자는 알아맞힐 수 없다는 성질
- 알고리즘은 공격자에게 알려져 있다고 가정하고 종자를 사용
 - 종자(seed): 공격자에게 비밀

강한 의사난수

- 약한 의사난수
 - 무작위성만을 갖는 의사난수
- 강한 의사난수
 - 예측 불가능성을 갖는 의사난수
 - 예측 불가능성을 가지면 당연히 무작위성을 가짐

2.4 재현 불가능성

- 한 난수열이 주어졌을 때 동일한 수열을 재현할 수 없는 성질
- 재현하기 위해서는 그 난수열 자체를 보존해두는 것 이외에 방법이 없는 성질
- 소프트웨어만으로는 재현 불가능성을 갖는 난수열 생성 불가
- 소프트웨어는 의사난수열만 생성가능
 - 소프트웨어가 돌아가는 컴퓨터가 유한의 내부 상태밖에 없기 때문

주기

- 소프트웨어가 생성하는 수열은 언젠가는 반복
- 반복이 다시 시작할 때까지의 수열의 길이를 주기(period)라고 함
- 주기를 갖는 수열은 재현 불가능하지 않음

재현 불가능한 난수 생성

- 재현 불가능한 물리 현상으로부터 정보를 취득

- 예

- 주위의 온도나 소리의 변화
- 사용자의 마우스 위치 정보
- 키스트록 입력 시간 간격
- 방사선 관측기의 출력
- 다양한 하드웨어로부터 얻어진 정보

재현 불가능한 난수

- 진성난수(Real Random Number):
 - 재현 불가능한 난수
 - 위의 3 가지 성질을 모두 가진다
 - 무작위성
 - 예측 불가능성
 - 재현 불가능성
- 예: 동전 던지기 결과로 얻어지는 비트
 - 앞: 0
 - 뒤: 1

제3절 의사난수 생성기

3.1 의사난수 생성기의 구조

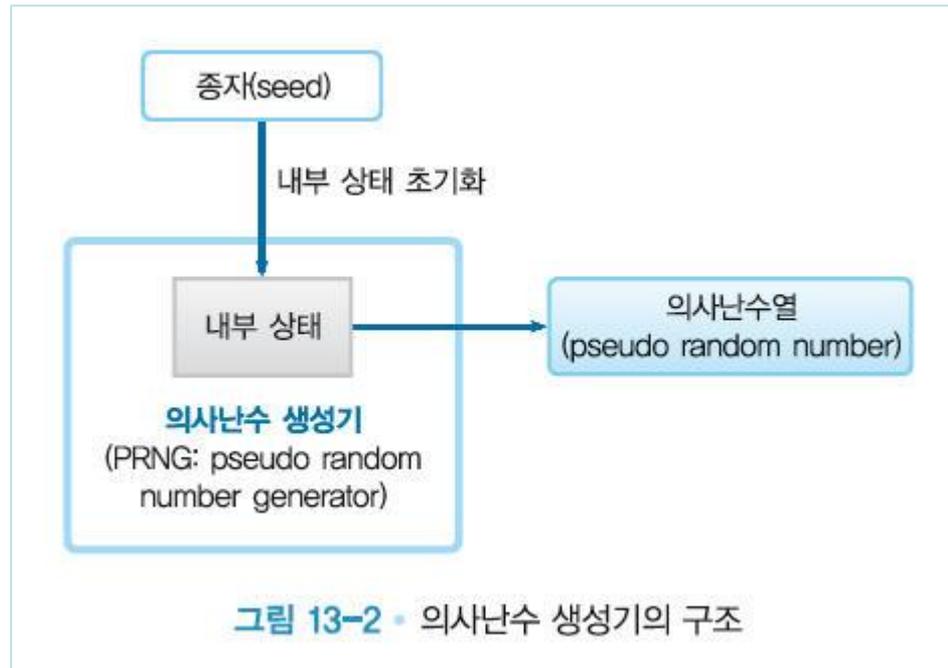
난수 생성기와 의사난수 생성기

- 난수 생성기(random number generator; RNG)
 - 하드웨어로 생성
- 의사난수 생성기(pseudo random number generator; PRNG)
 - 소프트웨어로 생성
 - 주기성을 가짐

3.1 의사난수 생성기의 구조

- 내부 상태
- 종자(seed)

의사난수 생성기의 구조



의사난수 생성기의 내부 상태

- 의사난수 생성기가 관리하고 있는 메모리 값
- 의사난수 생성기는 메모리의 값(내부 상태)을 기초로 해서 계산을 수행
- 그 계산 결과를 의사난수로서 출력
- 다음 의사난수의 요구에 대비해서, 자신의 내부 상태를 변화

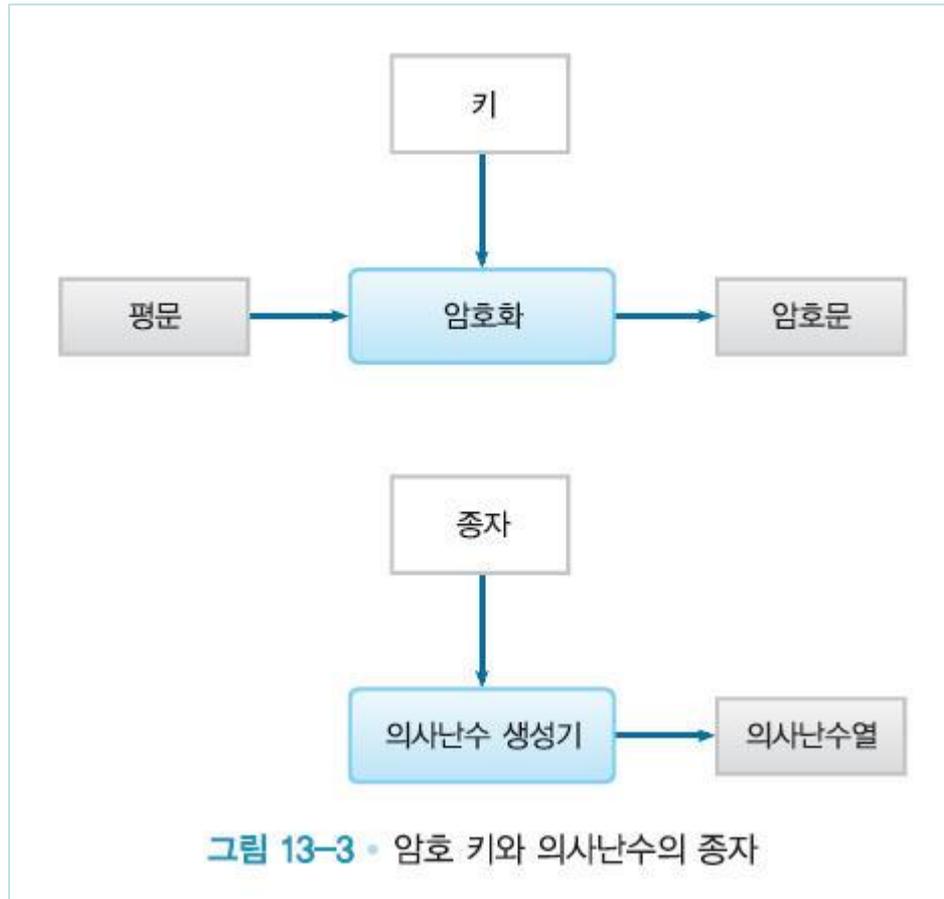
의사난수 생성 알고리즘

- 의사난수 생성 알고리즘은 다음 2 가지 기능을 합한 것
 - 의사난수를 계산하는 방법
 - 내부 상태를 변화시키는 방법

의사난수 생성기의 「종자」

- 의사난수 생성기의 내부 상태 초기화에 필요
- 랜덤한 비트 열
- 종자는 자신만의 비밀로 유지

암호 키와 의사난수 종자



제4절 구체적 의사난수 생성기

4.1 무작위 방법

4.2 선형 합동법

4.3 일방향 해시 함수를 사용하는 방법

4.4 암호를 사용하는 방법

4.5 ANSI X9.17

4.1 무작위 방법

- 긴 주기:
 - 암호 기술에서 사용하는 난수는 예측 불가능성을 가져야 하므로 주기가 짧아서는 안 됨
- 복잡한 알고리즘 보다는 명확한 알고리즘
 - 프로그래머가 자세한 내용을 이해할 수 없는 알고리즘으로 생성한 난수는 예측 불가능성을 갖는지 어떤지 평가를 할 수 없음

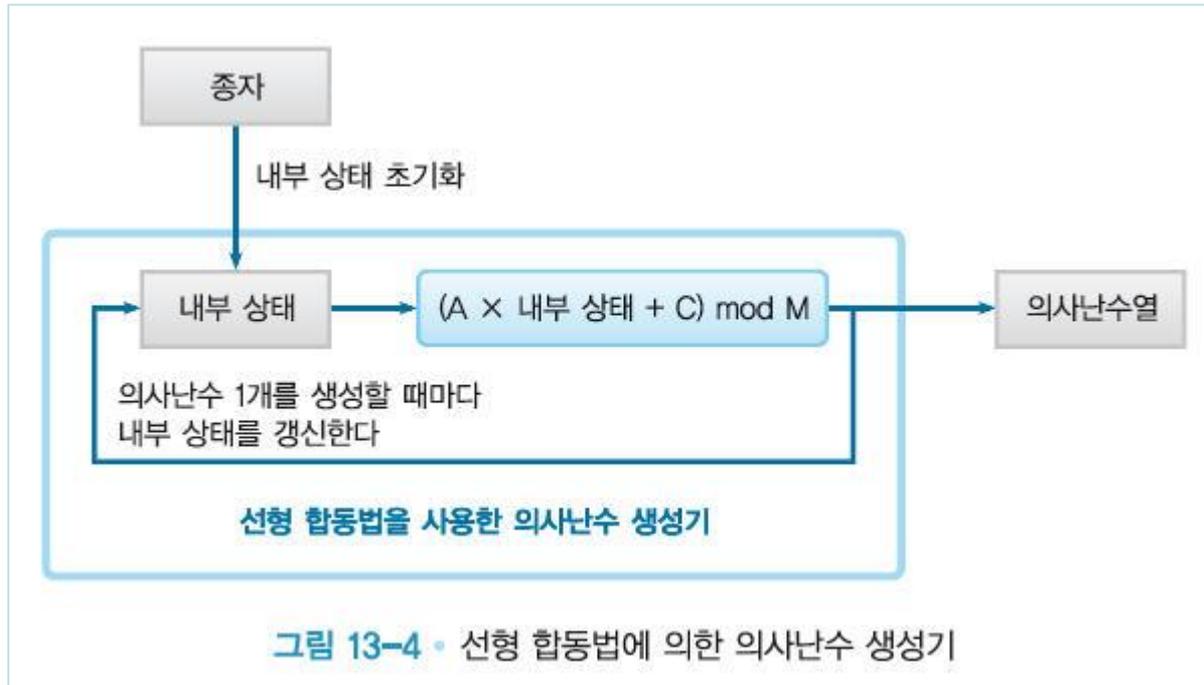
4.2 선형 합동법

- 선형 합동법(linear congruential method)
 - 일반적으로 가장 많이 사용되는 의사난수 생성기
 - 암호 기술에 사용하면 안됨
 - 현재 의사난수의 값을 A 배하고 C 를 더한 다음, M 으로 나눈 나머지를 다음 의사난수로 선택

선형 합동법 계산 방법

- R_0 생성:
 - 최초 의사난수 $R_0 = (A \times \text{종자} + C) \bmod M$
 - A, C, M은 정수이고, A와 C는 M보다도 작은 수
- R_1 생성:
 - $R_1 = (A \times R_0 + C) \bmod M$
- R_{n+1} 생성
 - $R_{n+1} = (A \times R_n + C) \bmod M$
 - $n=2, 3\cdots$

선형 합동법에 의한 의사난수 생성기



선형 합동법 예

- $A = 3$
- $C = 0$
- $M = 7$

$$\begin{aligned}R_0 &= (A \times \text{종자} + C) \bmod M \\ &= (3 \times 6 + 0) \bmod 7 \\ &= 18 \bmod 7 \\ &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_1 &= (A \times R_0 + C) \bmod M \\ &= (3 \times 4 + 0) \bmod 7 \\ &= 12 \bmod 7 \\ &= 5\end{aligned}$$

선형 합동법 예

$$\begin{aligned}R_2 &= (A \times R_1 + C) \bmod M \\ &= (3 \times 5 + 0) \bmod 7 \\ &= 15 \bmod 7 \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_3 &= (A \times R_2 + C) \bmod M \\ &= (3 \times 1 + 0) \bmod 7 \\ &= 3 \bmod 7 \\ &= 3\end{aligned}$$

- 반복해서 4, 5, 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2, 6, ... 생성
- 이 경우 4, 5, 1, 3, 2, 6이라는 6개 숫자의 반복이 되므로 주기는 6

선형 합동법 다른 예

- 의사난수의 값은 M 으로 나눈 나머지로, 반드시 0부터 $M-1$ 의 범위
- A 와 C 와 M 의 값에 따라 다른 주기를 가짐
- 예: $A=6, C=0, M=7, \text{종자}=6$ 인 경우
 - 의사난수열은 1, 6, 1, 6, 1, 6, ...
 - 주기는 2

A값별 의사난수

- A값 변화에 따른 의사난수열
- $A = 0$ 인 경우 : 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, ... (주기는 1)
- $A = 1$ 인 경우 : 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, ... (주기는 1)
- $A = 2$ 인 경우 : 5, 3, 6, 5, 3, 6, 5, 3, 6, 5, ... (주기는 3)
- $A = 3$ 인 경우 : 4, 5, 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, ... (주기는 6)
- $A = 4$ 인 경우 : 3, 5, 6, 3, 5, 6, 3, 5, 6, 3, ... (주기는 3)
- $A = 5$ 인 경우 : 2, 3, 1, 5, 4, 6, 2, 3, 1, 5, ... (주기는 6)
- $A = 6$ 인 경우 : 1, 6, 1, 6, 1, 6, 1, 6, 1, 6, ... (주기는 2)

선형합동법의 단점

- 선형 합동법은 「예측 불가능성」이 없다
- 선형 합동법을 암호 기술에 사용해서는 절대로 안됨
 - 예: 선형 합동법을 사용하는 함수
 - C 라이브러리 함수 rand
 - Java의 java.util.Random 클래스
 - 이들을 암호 기술에서 사용해서는 안됨

선형 합동법의 예측불가능성 테스트

- 공격자가 $A=3$, $C=0$, $M=7$ 이라는 값을 알고 있다고 가정
- 공격자가 생성된 의사난수를 1개라도 손에 넣는다면 그 다음에 생성되는 의사난수를 예측하는 것이 가능
- 입수한 의사난수 R 을 이용 다음을 계산

$$(A \times R + C) \bmod M = (3 \times R + 0) \bmod 7$$

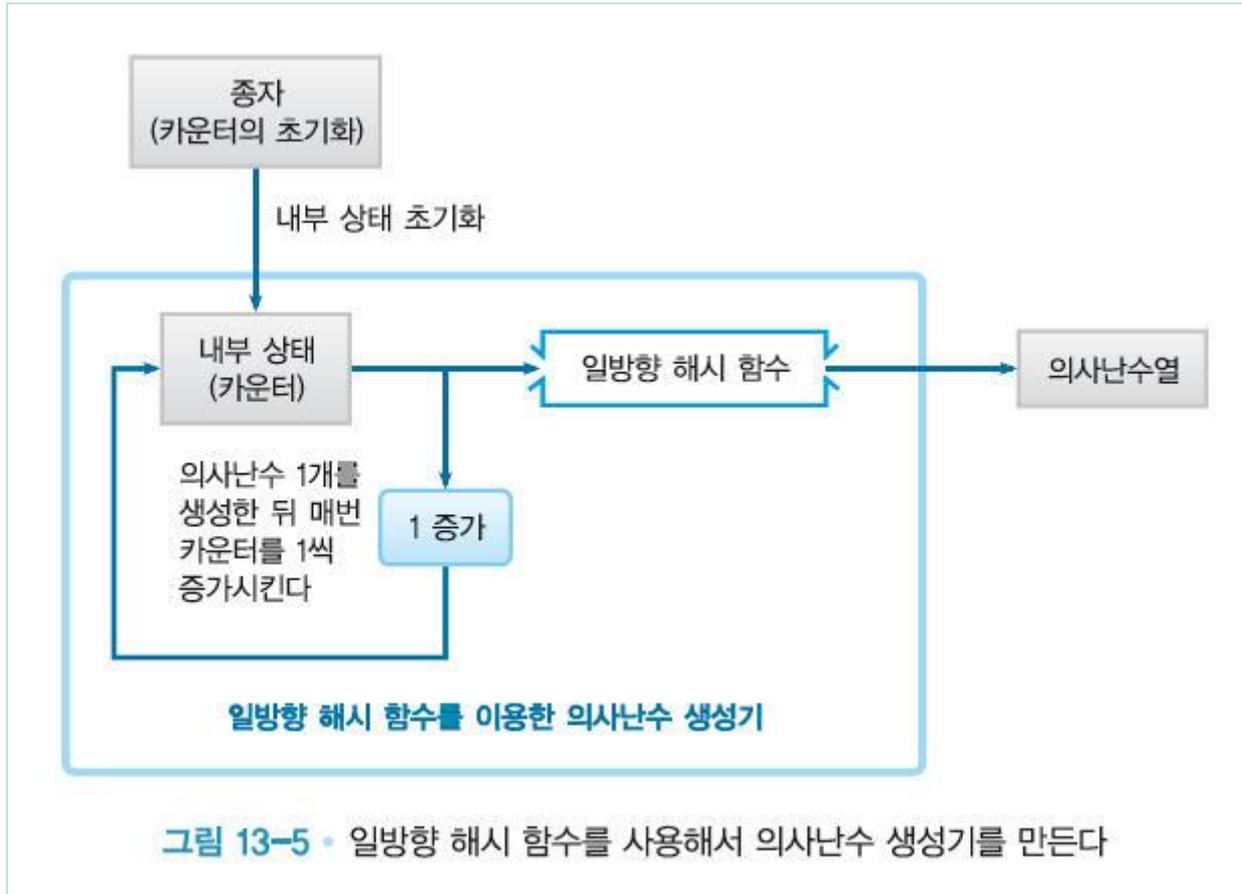
4.3 일방향 해시 함수를 사용하는 방법

- 일방향 해시 함수(예를 들면 SHA-1)를 사용해서 예측 불가능성을 갖는 의사난수 열(강한 의사난수)을 생성하는 의사난수 생성기를 만들 수 있다
- 일방향 해시 함수의 일방형성이 의사난수 생성기의 예측 불가능성을 보장

절차

- 1) 의사난수의 종자를 사용해서 내부 상태(카운터)를 초기화
- 2) 일방향 해시 함수를 사용해서 카운터의 해시 값 생성
- 3) 그 해시 값을 의사난수로서 출력
- 4) 카운터를 1 증가
- 5) 필요한 만큼의 의사난수가 얻어질 때까지 (2)~(4)를 반복

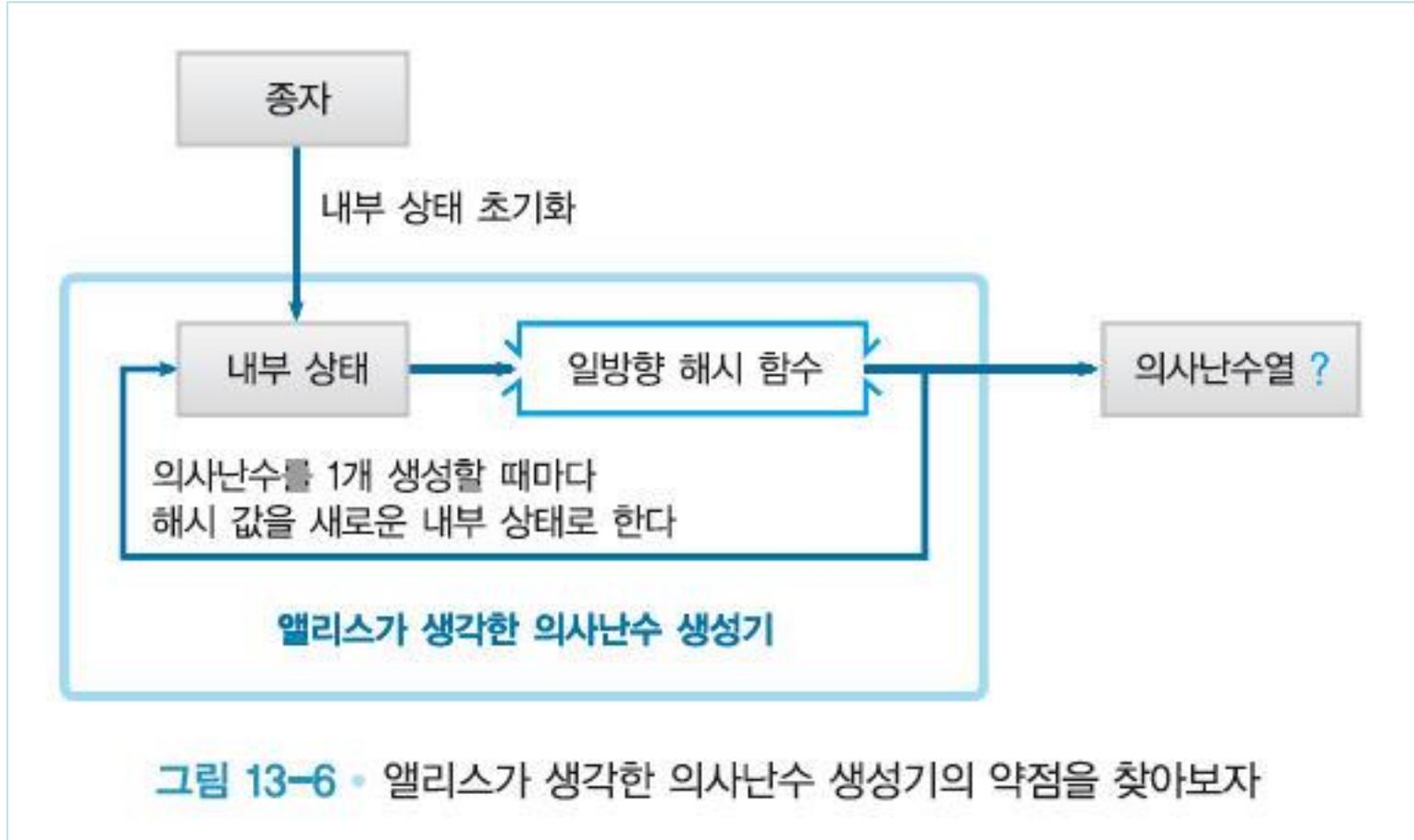
일방향 해시 함수를 사용한 의사난수 생성기



잘못 만들어진 의사난수 생성기

- 다음과 같이 생성했다고 해보자
 - 1) 의사난수의 종자를 사용해서 내부 상태를 초기화한다.
 - 2) 일방향 해시 함수를 사용해서 내부 상태의 해시 값을 얻는다.
 - 3) 해시 값을 의사난수로서 출력한다.
 - 4) 그 해시 값을 새로운 내부 상태로 한다.
 - 5) 필요한 만큼의 의사난수가 얻어질 때까지 (2)~(4)를 반복한다.

잘못 만들어진 의사난수 생성기



왜 예측불가능성이 없나?

- 마지막에 출력한 의사난수의 해시 값을 취해서 다음 의사난수를 생성하므로 예측 불가능성을 갖지 않는다.
- 예측 불가능성을 갖기 위해서는 일방향 해시 함수의 일방향성을 사용하는 것이 포인트

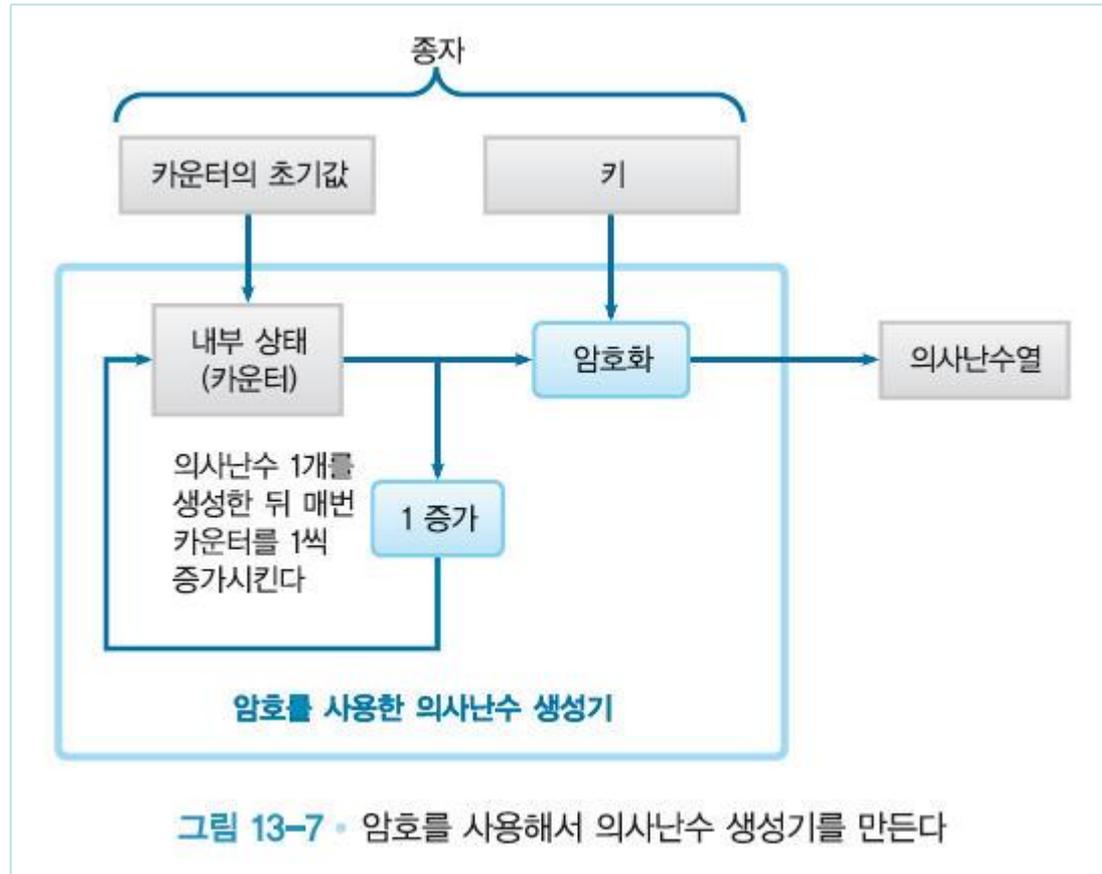
4.4 암호를 사용하는 방법

- 암호를 사용해서 「강한 의사난수」를 생성하는 의사난수 생성기를 만들 수 있다
- AES와 같은 대칭 암호나 RSA와 같은 공개 키 암호 중 어느 것을 사용해도 무방
- 암호의 기밀성이 의사난수 생성기의 예측 불가능성을 보장

암호를 사용한 의사난수생성 절차

- 1) 내부 상태(카운터)를 초기화
- 2) 키를 사용해서 카운터를 암호화
- 3) 그 암호문을 의사난수로서 출력
- 4) 카운터를 1 증가
- 5) 필요한 만큼의 의사난수가 얻어질 때까지 (2)~(4)를 반복

암호를 사용한 의사난수 생성기



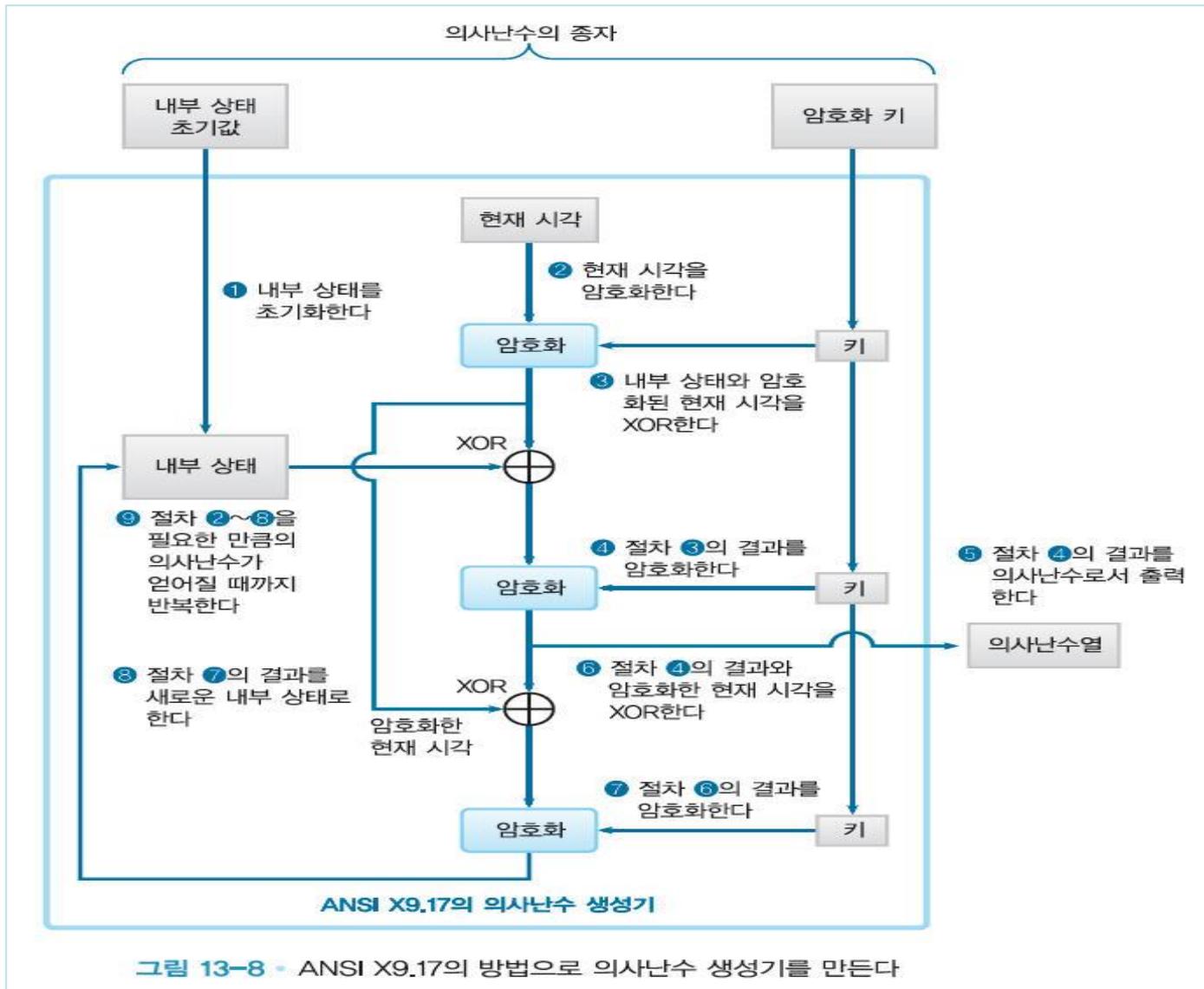
4.5 ANSI X9.17

- 암호 소프트웨어 PGP에서 사용하는 의사난수 생성기
 - ANSI X9.17
 - ANSI X9.31

ANSI X9.17 의사난수 생성 절차

- 1) 내부 상태를 초기화
- 2) 현재 시각을 암호화
- 3) 내부 상태와 암호화된 현재 시각을 XOR
- 4) 절차(3)의 결과를 암호화
- 5) 절차(4)의 결과를 의사난수로서 출력
- 6) 절차(4)의 출력과 암호화된 현재시각을 XOR
- 7) 절차(6)의 결과를 암호화
- 8) 절차(7)의 결과를 새로운 내부 상태로 설정
- 9) 절차(2)~(8)을 필요한 만큼의 의사난수가 얻어질 때까지 반복

ANSI X9.17 방법 의사난수 생성기



왜 내부 상태 추측을 못하나?

- 공격자는 의사난수로부터 역산해서 「내부 상태와 암호화된 현재 시각의 XOR」을 간파할 수 없다
 - 이유: 간파하기 위해서는 암호를 해독해야만 한다
- 공격자는 지금까지 출력된 의사난수열로부터 의사난수 생성기의 내부 상태를 추측 못한다

제5절 의사난수 생성기에 대한 공격

5.1 종자에 대한 공격

5.2 랜덤 풀에 대한 공격

5.1 종자에 대한 공격

- 종자의 중요성:
 - 의사난수의 「종자」는 암호의 「키」에 필적
 - 종자가 공격자에게 노출 되면, 그 의사난수 생성기가 생성한 모든 의사난수열은 공격자에게 노출
- 종자 선택:
 - 재현 불가능성을 갖는 「진정한 난수」 선택

5.2 랜덤 풀에 대한 공격

- 랜덤 풀:
 - 종자로 사용할 랜덤 비트 열을 사전에 만들어 비축해 놓은 파일
 - 암호 소프트웨어가 의사난수 종자가 필요할 경우필요한 만큼의 랜덤한 비트 열을 꺼내서 사용
 - 랜덤 풀 자체는 특별한 정보를 가지지 않지만 유익한 정보 저장을 위해 필요하므로 잘 지켜야 함

Q & A

Thank You!